

Zdeněk KALÁB<sup>1</sup>, Nina ČASTOVÁ<sup>2</sup>

DESETILETÍ POUŽITÍ WAVELETOVÉ TRANSFORMACE PRO DŮLNĚ INDUKOVANÉ  
SEIZMICKÉ JEVI NA ÚGN

ONE DECADE OF WAVELET TRANSFORM APPLICATION FOR MINING INDUCED  
SEISMIC EVENTS ON INSTITUTE OF GEONICS

#### Abstract

This paper summarizes one decade of researches that were localized on wavelet transform apply to mining induced seismic events. Main topics and partial results are documented. The newest results that present using of wavelet transform of seismic events for cluster analysis are also presented. Contribution is replenished with published papers.

**Key words:** wavelet analysis, mining induced seismic events

#### Úvod

„Wavelety v dnešním pojetí se poprvé objevují počátkem osmdesátých let v pracích francouzského geofyzika J. Moreleta. Úspěšnost jeho matematických experimentů při analýze seismických dat přiměla A. Grossmana provést matematické zdůvodnění, čímž byly položeny základy matematické teorie (Grossmann and Morelet, 1984). Tato teorie zahrnuje zároveň některé speciální třídy funkcí konstruované pro různé praktické účely už od počátku století, aniž byl použit pojem wavelet a známky hlubší souvislosti. Významně k teorii waveletů přispěla I. Daubechies konstrukcí ortonormálních waveletů s kompaktním nosičem (Daubechies, 1988). Základem její konstrukce je multirozklad a použití S. Mallatova algoritmu pro rozklad a rekonstrukci obrazu (Mallat, 1989). Tyto práce vzbudily mezi matematiky velký ohlas a podnítily snahu využít získaných výsledků v různých oblastech. Jednou z nich jsou i geofyzikální interpretační práce.“

Právě touto úvodní pasáží začínal náš první článek, který se věnoval použití waveletové transformace pro zpracování digitálních seizmologických dat (Častová, Kaláb & Kučera, 1996a). Je třeba vzpomenout, že na začátku všeho bylo „náhodné“ setkání té (N.Č.), co poznala neprobádané možnosti waveletové transformace, a viděla v této teorii možnost zpracovávání nestacionárního děje, a toho (Z.K.), co koukal do svých seizmologických záznamů a měl touhu je zpracovat tak, aby to k něčemu bylo.

Pod pojmem soustava waveletů obvykle chápeme množinu reálných nebo komplexních funkcí, tvořenou posunutím a dilatací (kontrakcí) jedné, resp. několika funkcí nebo posloupností. Tato množina funkcí umožňuje sestavit hierarchické báze s fraktálními vlastnostmi v určitém matematickém významu, například ortogonální báze v  $L_2(\mathbb{R})$ .

Konkrétní matematický význam slova „wavelet“ se projevuje pouze v okamžiku, když ho chápeme jako „waveletová funkce“ nebo „posloupnost waveletových funkcí“ resp. „prostor waveletů“. Waveletová analýza, tj. analýza na základě waveletovýchází se formovala při analýze signálů jako určitá alternativa klasické Fourierovy analýzy. Waveletové báze mají řadu výhod ve srovnání s jinými, které se používají při aproximaci funkcí. Především je to tzv. „časově-frekvenční“ lokalizace, tj. waveletové funkce a jejich Fourierova transformace rychle klesají v nekonečno, což umožňuje v rozkladu nestacionárního signálu, kde frekvenční charakteristiky se mění jak v čase tak

<sup>1</sup> Doc., RNDr., CSc., Ústav geoniky AV ČR, Studentská 1768, Ostrava, kalab@ugn.cas.cz, též VŠB Technická univerzita Ostrava, fakulta stavební, L. Podestě 1875, Ostrava

<sup>2</sup> Doc., Ing., CSc., VŠB-TU Ostrava, FEI, kat. aplikované matematiky, 17. listopadu 15, Ostrava-Poruba, nina.castova@vsb.cz

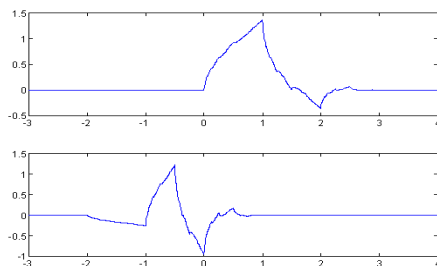
i v prostoru, odstranit koeficienty mající nepodstatný vliv na celý signál anebo naopak mají velký vliv na porušení signálu.

V současné době se waveletová transformace v geofyzice nejvíce používá při řešení otázek

- ☐ komprimace dat bez ztráty podstatné informace,
- ☐ časové frekvenční analýzy a analýzy paketových rozkladů,
- ☐ řešení parciálních diferenciálních rovnic teorie pole (řešení přímých úloh),
- ☐ řešení integrálních rovnic (řešení obrácených úloh).

Od prvních waveletových transformací seizmologických signálů na Ústavu geoniky a VŠB – Technické univerzitě uplynulo více jak deset let. V tomto příspěvku chceme shrnout dosažené výsledky.

Počáteční období našich experimentů je z matematického hlediska spojeno s významným rozvojem teorie waveletové transformace (např. Chui, 1997; Strang & Nguyen, 1997; Mallat, 1998; Vidakovic, 1999), a to nejenom z pohledu tvorby nových bází, ale i z pohledu rozvoje metodik rozkladů. Základním stavebním kamenem z pohledu škálovacích funkcí, umožňujících vytvoření ortogonální waveletové báze jsou funkce vytvořené I. Daubechiesovou (obr. 1).



**Obr.1** Daubechiesové škálovací funkce a wavelet (Db2).

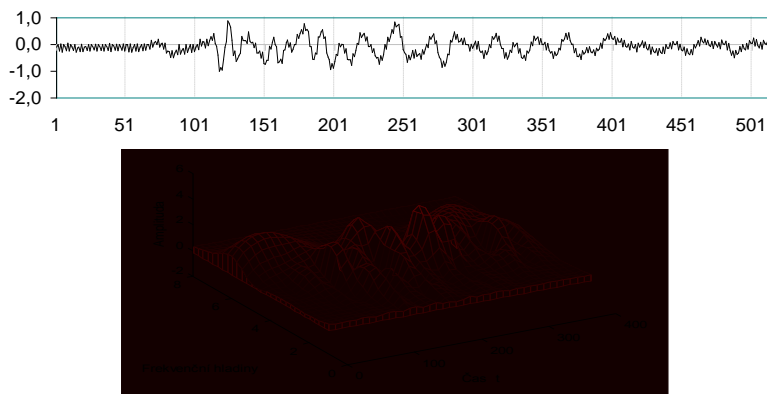
Dnes existuje velká řada waveletů s různými vlastnostmi, tvořící waveletové báze, například Haarův wavelet (Db1), wavelety Battle-Lemarie, které jsou jediným zobecněním Haarova waveletu. Dále existují Meyerovy, Strömbergovy wavelety, celá třída Daubechiesových waveletů atd.

Podrobněji je teorie waveletové transformace uvedena v literatuře citované na konci příspěvku.

V našich seizmologických interpretacích byla za základ zvolena diskrétní waveletová transformace a wavelet-paketový rozklad. Výsledkem paketového rozkladu pro seizmologické studie je časově-frekvenční rozklad signálu. V horní části na obr. 2 je analyzovaný signál, v dolní části je jeho časově-frekvenční rozklad do osmi hladin, vvislou osu představují hodnoty waveletových koeficientů (plocha byla vytvořena splinovou funkcí).

### **Přehled dílčích zpracovaných témat**

V této kapitole je proveden souhrn nejvýznamnějších dílčích zpracovaných témat. Je vhodné připomenout, že motto všech prací byla „užitečnost“, proto analýzy byly prováděny na reálných seizmologických záznamech, většinou to byly digitální záznamy důlně indukovaných seizmických jevů vzniklých na Karvinsku, seizmické projevy trhacích prací na Chomutovsku a lokální zemětřesení z Opavska. Pro nejnovější práce se využívají výběrové soubory dat z Karvinska (sady i více než 100 jevů) a dlouhodobé kontinuální záznamy (více než 10 miliónů bodů) nepřetržitých měření.



**Obr.2** Seismologický signál (horní část) a časově-frekvenční rozklad tohoto signálu (dolní část) – publikováno v Častová a Kaláb (1997b).

Nejvýznamnější dílčí témata, která byla řešena v rámci aplikace waveletové transformace na digitální data, jsou:

- ☐ Rozklad a rekonstrukce jednorozměrných (reálných) signálů s použitím různých ortogonálních waveletových bází (reálných a komplexních).
- ☐ Filtrace signálu odstraněním asymptotického gaussovskeho šumu.
- ☐ Výběr optimální hladiny rozkladu na základě minima entropie.
- ☐ Výběr optimálního waveletu na základě minima normované entropie.
- ☐ Výběr optimálního waveletu na základě maxima podobnosti waveletu se signálem.
- ☐ Kombinované kritérium pro výběr optimálního waveletu na základě minima normované entropie a maxima podobnosti waveletu se signálem.
- ☐ Použití transformace otočením souřadnicových os pro vytvoření jednorozměrné složky trojrozměrného signálu, která má nejvíc informace o zpracovaném objektu („hlavní komponenta“).
- ☐ Sestavení Power-spectra jednorozměrného signálu nebo hlavní komponenty použitím paket-waveletových rozkladů ve vybrané bázi.
- ☐ Analýza a porovnání jednotlivých power-spekter různých seismických signálů.
- ☐ Filtrace (rozdělení signálu na dvě části) použitím singulárních rozkladů power-spektra.
- ☐ Klasterizace množiny signálů použitím různých kritérií (podobnost neboli vzájemná korelace signálů, spekter, power-spekter, entropie).

Podíváme-li se na problém z hlediska použití waveletové transformace, pak můžeme uvést:

- ☐ Komprese jednorozměrných seismologických signálů
- ☐ Vytváření časově-frekvenčního rozkladu signálů
- ☐ Třídění souboru dat podle charakteristických vlastností

V době úvodních prací nebyl k dispozici použitelný software, proto jednou z významnou částí našich prací bylo vytvoření vlastních programů pro waveletovou transformaci (s omezeným počtem báзовých funkcí) na bázi programového jazyka C++ a v systému MATLAB.

Pod tímto množstvím prací a vyřešených úkolů je celá řada spolupracovníků, největší podíl mají Doc. RNDr. Radek Kučera, PhD., Ing. Karel Krečmer, Ing. Eva Dršťáková a Ing. David Horák za matematickou skupinu, Ing. Jaromír Knejzlík, CSc. a Ing. Hana Doležalová za geofyzikální skupinu. Významným způsobem do našich prací vstoupil prof. Alexej Alexandrovič Lyubushin, jr. z Ústavu fyziky Země Ruské akademie věd, který vede za ruskou stranu společné výzkumné téma (spolupracovníci: Prof. Anatoly Manukin a Mariya Maxutova). Pro řešení dílčích úkolů byly zadávány ročníkové a diplomové práce na FEI VŠB-TUO.

### Waveletové projekty a publikace

Po celou dobu probíhal výzkum waveletové transformace pro analýzu seizmických dat v rámci výzkumných záměrů obou řešitelských pracovišť. V roce 1998 se podařilo získat podporu také z Grantové agentury České republiky, GAČR 205/98/1233 „Wavelet – analýza a interpretace geofyzikálních dat“. Dosažené výsledky v rámci tohoto projektu poukázaly na vhodnost rozšíření řešené problematiky o použití optimalizačních algoritmů. Tím postupně vznikla spolupráce s Ruskou akademií věd, která vyústila v roce 2000 v tříletý společný vědecko-výzkumný projekt s prof. Lyubushinem z Ústavu fyziky Země v Moskvě s názvem „Application of Wavelet Transform Theory to Geophysical Data Especially to Analysis of Seismological Signals“. Na tento projekt navázaly další dva projekty, a to „Analysis of seismological data using wavelet transform“ (2003-2005) a probíhající projekt „Analysis of geophysical data using modern mathematical methods (2006-2008)“.

Jednotlivé dosažené dílčí výsledky byly publikovány na národních a mezinárodních konferencích (celkem 11 příspěvků publikovaných ve sbornících konferencí). Významné ucelené tématické celky byly publikovány v recenzovaných časopisech (celkem 11 odborných časopisů), k nejvýznamnějším patří články v International Journal of Wavelets, Multiresolution and Information Processing (2006), Tools for Mathematical Modelling (1999), Publications of the Institute of Geophysics, Polish Academy of Sciences (1999), Acta Montana (2000) a v impaktovaném časopise Izvestiya, Physics of the Solid Earth (2004). Přehled vlastních publikovaných prací je v závěru tohoto příspěvku.

### Nejnovější a připravované studie

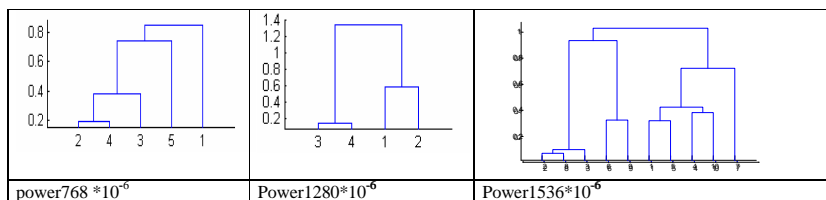
V současné době se zpracovávají dvě témata. Prvním tématem je třídění souboru dat podle charakteristických vlastností. K tomuto bylo sestaveno 5 výběrových souborů intenzivnějších důlně indukovaných seizmických jevů z Karvinska z roku 2005. Data pochází z pěti stanovišť (Darkov – 53 záznamů, Doubrava – 60, Karviná – 47, Orlová – 54 jevů a základní stanoviště Stonava – 229 záznamů). Pro každý jev jsou odděleně zpracovávány jednotlivé složky. Interpretace, a to především seizmologická, není zatím provedena, proto je níže jako příklad ukázán získaný dílčí výsledek ze stanice Stonava. Interpretace má poukázat na možnost využití dané metodiky zpracování pro posuzování velikosti seizmických jevů na daném stanovišti.

**Tab.1** Výsledky shlukování pro jednotlivé skupiny: v 1. řádku je uvedeno číslo skupiny a označení výkonových spekter, patřících do skupiny, v 2. řádku jsou uvedeny optimální wavelety, vybrané na základě maxima podobnosti a minima entropie, v 3. řádku jsou indexy na jednotlivých dendrogramech na obr. 3, ve 4. řádku je skupinová korelace vypočtená dodatečně pro ověření výsledků shlukování.

Soubory 1. skupiny	power M4	powerM5	powerM9	powerM12	powerM19
Optimální wavelety dle 2 kr.	coif4	dmey	dmey	coif4	sym8
Indexy na grafu	1	2	3	4	5
Skupinová korelace souborů	0.7866 2., 4.	0.9998 2., 4., 3.	0.9983 2., 4., 3., 5.		

Soubory 2.skupiny	powerM1	powerM14	powerM16	powerM17
Optimální wavelety dle 2 kr.	sym7, coif5	coif5, dmey	db12	sym8
Indexy na grafu	1	2	3	4
Skupinová korelace souborů	0.7807 3., 4.	0.9604 1., 2.		

Soubory 3.skupiny	power M2	power M3	power M6	power M7	power M8	power M10	power M11	power M13	power M15	power M18
Optimální wavelety dle 2 kr.	db12	coif5	sym8	sym6, dmey	dmey	sym7, dmey	db12	coif3	sym7, compl	compl
Index na grafu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Korelace mezi	0.8922 2., 8.	0.9680 2.,8.,3.	0.6690 1.,5.	0.8700 4.,10.	0.6674 1.,5., 4.,10.	0.6720 1.,5.,4., 10.,7.				



**Obr.3** Dendrogramy jednotlivých skupin výběrového souboru (ilustrace výsledku, viz tab. 1).

V této části představujeme výsledek shlukové analýzy výběrového souboru 19 záznamů seizmických jevů pořízených na stanovišti Stonava. Jedná se o záznamy svislých složek intenzivních důlně indukovaných seizmických jevů vzniklých v roce 2005. Podle metodiky popsané v příspěvku Lyubushina et al. (2004) byl s využitím kritéria minima entropie a dále kriteria maximální podobnosti (viz. Častová, Horák & Kaláb, 2006) proveden výběr optimálních waveletových bází a datový soubor rozdělen do tří skupin. K analýze bylo použito 18 různých waveletových bází, provedeny byly paketové rozklady signálů a byl odstraněn gausssovský šum. Další úpravou bylo odstranění nepodstatných singulárních čísel paketového rozkladu signálu. Výsledkem byly modifikované paketové rozklady podstatně menší dimenze (viz. Častová, Horák & Kaláb, 2006). Tyto modifikované paketové rozklady a jejich výkonové spektrum byly použity pro shlukovou analýzu. V tab. 1 jsou výsledky shlukování pro jednotlivé skupiny. Na obr. 3 je ukázka hierarchických rozkladů (dendrogramů) v jednotlivých skupinách (čísla na ose x odpovídají pořadovému číslu signálu v dané skupině, řádek 3 v tab. 1). Zde za vzdálenost byla zvolena korelační vzdálenost a metodika zpracování na základě střední vzdálenosti dvou objektů. Zpracování bylo provedeno pomocí software Matlab.

Druhým zpracovávaným tématem, jak již bylo zmíněno výše, je na samém počátku zpracování a jde o zpracování a interpretace dlouhodobých kontinuálních záznamů (více než 10 miliónů bodů) z nepřetržitých měření na analyzovaném bodě.

### Závěr

Cílem tohoto příspěvku bylo v rámci 25. výročí založení Hornického ústavu ČSAV v Ostravě poukázat na jeden ze směrů výzkumu, který je řešen na stávajícím Oddělení geofyziky. Jedná se o úspěšnou spolupráci matematických a geofyzikálních odborníků z Ústavu geoniky AVČR Ostrava (Oddělení geofyziky), VŠB – Technické univerzity Ostrava, fakulta elektroniky a informatiky (Katedra aplikované matematiky) a Ústavu fyziky Země Ruské akademie věd v Moskvě. Nosným

tématem výzkumu je aplikace waveletové transformace pro interpretace digitálně zaznamenaných seizmických signálů.

#### *Poděkování*

*Tento příspěvek vznikl v rámci dílčího úkolu Výzkumného záměru řešeného na Ústavu geoniky AVČR, v.v.i., Ostrava, č. OZ30860518 a společného tématu s Ruskou akademií věd v Moskvě.*

#### **Literatura**

- Chui, C.K. (1997): Wavelets: A Mathematical Tool for Signal Analysis. SIAM, Philadelphia.
- Daubechies, I. (1988): Orthonormal bases of compactly supported wavelets. Comm. Pure Appl. Math., 41(1988), 909-996.
- Grossman, A. & Morelet, J. (1984): Decomposition of Hardy function into square interable wavelets of constant shape. SIAM J. Math. Anal., 15 (1984), 723-736.
- Mallat, S. (1989): A theory for multiresolution signal decomposition: The wavelet representation. IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell., 11(1989), 674-693.
- Mallat, S. (1998): A Wavelet Tour of Signal Processing. Academic Press. San Diego and others.
- Strang, G. & Nguyen, T. (1997): Wavelets and filter banks. Wellesley-Cambridge Press, Wellesley.
- Vidakovic, B. (1999): Statiscal Modeling by Wavelets, Wiley series in probability and statistics, New York.

**Vlastní publikace, které se týkaly problematiky waveletové transformace a seizmických jevů** (v seznamu nejsou čistě teoretické práce týkající se waveletové transformace a ročníkové a diplomové práce zpracované na FEI)

- Častová, N., Kaláb, Z. & Kučera, R. (1996a): Wavelety seizmologických signálů. In: Kaláb, Z. (ed.): Analýza dat v seizmologii a inženýrské geofyzice. Sborník referátů regionální konference, Ústav geoniky AV ČR, Ostrava, 9-14.
- Častová, N., Kaláb, Z. & Kučera, R. (1996b): Digital Seismic Signals and their Wavelets. In: Seismology in Europe. Proceedings of XXV General Assembly of European Seismological Commission, Reykjavík, Iceland, 89-93.
- Častová, N., Kaláb, Z. & Kučera, R. (1996): Discrete Wavelet Transform and Seismological Signals. Documenta Geonica 1996, Institute of Geonics, AS CR, Ostrava, Czech Republic, 43-46.
- Častová, N., Kaláb, Z. & Kučera, R. (1997): Discrete Wavelet Transform and Seismological Signals. In: Rakowski, Z. (ed.): Geomechanics 96, Proceedings of the international conference, A.A.Balkema/Rotterdam/Brookfield, 207-210.
- Častová, N. & Kaláb, Z. (1997a): Use of Wavelet Transform for Processing of Mining Induced Seismic Events. In: Strakoš, V., Kebo, V., Farana, R. and Smutný, L. (eds.): Mine Planning and Equipment Selection 1997. Proceedings of the Sixth International Symposium MPES, Ostrava, Czech Republic, A.A.Balkema/Rotterdam/Brookfield, 285-291.
- Častová, N. & Kaláb, Z. (1997b): Časově - frekvenční analýza seizmického signálu. In: Kaláb, Z. (ed.): Výsledky nových studií v seizmologii a inženýrské geofyzice. Sborník referátů regionální konference, Ústav geoniky AV ČR, Ostrava, 219-230.
- Kaláb, Z., Častová, N. & Kučera, R. (1997): The Use of Discrete Wavelet Transform for Seismological Signals Induced by Mining. Abstract in: The 29th General Assembly of the International Association of Seismology and Physics of the Earth's Interior, August 18-28, 1997. Abstracts. Thessaloniky, Greece, 368.

- Častová, N., Kaláb, Z. & Kučera, R. (1998): Applicability of the Wavelet Theory for Seismological Signals. Proceedings of XXVI General Assembly of European Seismological Commission, Tel Aviv, Israel, 53-57.
- Častová, N., Kaláb, Z. & Kučera, R. (1998): Waveletová transformace a rozklad typových seismických signálů. In: Kaláb, Z. (ed.): Současné směry v seismologii a inženýrské geofyzice. Sborník referátů regionální konference, Ústav geoniky AV ČR, Ostrava, 126-131.
- Častová N. & Kaláb, Z. (1999): Processing of Seismological Signals Using Wavelet Transform. In: Tools for Mathematical Modelling. Book of Abstracts, The second International Conference, Saint Petersburg State Technical University, Russia, 30-31.
- Častová, N., Kaláb, Z. & Kučera, R. (1999): Wavelet Transform: Presentation of Time-Frequency Decomposition for a Mining Induced Seismic Event. Publ. Inst. Geoph. Pol. Acad. of Sci., M-22(310), Warszawa, 147-151.
- Častová N. & Kaláb, Z. (1999): Zemětřesení u Opavy dne 20. a 21. února 1999: Matematické zpracování záznamu. In: Kaláb, Z. (ed.): Postavení seismologie a inženýrské geofyziky v geologických průzkumech. Sborník referátů regionální konference, Ústav geoniky AV ČR, Ostrava, 199-207.
- Častová, N. & Kaláb, Z. (1999): Použití vybraných metod při zpracování seismického signálu. Sborník vědeckých prací VŠB-TU, Ostrava, číslo 1, roč. V, řada elektrotechnická, 53-67.
- Častová, N. & Kaláb, Z. (1999): Processing of Seismological Signals Using Wavelet Transform. In: Tools for Mathematical Modelling. Mathematical Research, Vol. 4, Saint Petersburg, 31-39.
- Kaláb, Z. & Knejzlík, J. (2000): Výsledky komprese syntetických dat užitím waveletové transformace. In: Kaláb, Z. (ed.): Správa dat a výsledků v seismologii a inženýrské geofyzice. Sborník referátů regionální konference, Ústav geoniky AV ČR, Ostrava, ISBN 80-901850-9-6, 312-318.
- Kaláb, Z. (2000): Compression of Earthquake Records Using Wavelet Transform. ACTA MONTANA IRSM AS CR, Ser. A, No. 16(1118), Prague, ISSN 1211-1910, 99-108.
- Častová, N. & Kaláb, Z. (2000): Waveletová transformace digitálních záznamů lokálních zemětřesení. Sborník vědeckých prací VŠB – TU Ostrava, č.1/2000, roč. XLVI, řada hornicko-geologická, ISBN 80-7078-777-5, ISSN-0474-8476, 9-19.
- Častová, N., Kučera, R. & Kaláb, Z. (2001): Spectral Analysis of Seismological Signals by Wavelets. Abstract in: Vietnam 2001, IAGA-IASPEI Joint Scientific Assembly. Hanoi, Vietnam, 407.
- Častová, N., Kaláb, Z. & Lyubushin, A.A. (2002): Discrete Wavelet Analysis of Digital Records of Seismic Signals. In: Kováčová, M. (ed.): 1<sup>st</sup> International Conference Aplimat. Proceedings, Bratislava, Slovak Republic, ISBN 80-227-1654-5, 127-132.
- Častová, N., Doležalová, H., Horák, D. & Kaláb, Z. (2003): Description of Seismic Events using Wavelet Transform. In: Wavelets and Splines. Abstracts of International Conference, St. Petersburg, Russia, 20-22.
- Častová, N. & Kaláb, Z. (2003): Waveletový rozklad seismologických signálů. Sborník vědeckých prací Vysoké školy báňské – Technické univerzity Ostrava, řada stavební, 12. Regionální konference Nové výsledky seismologických, geofyzikálních a geotechnických průzkumů, roč. III, č. 2/2003, ISSN 1213-1962, ISBN 80-248-0499-9, 51-60.
- Lyubushin Jr., A.A., Kaláb, Z. & Častová, N. (2004): Application of Wavelet Analysis to the Automatic Classification of Three-Component Seismic Records. Izvestiya, Physics of the Solid Earth, Vol.40, No.7, 587-593. [IF 0,295](#)
- Kaláb, Z., Častová, N. & Lyubushin, A.A. (2005): Contribution to Application of the Automatic Classification of Seismological Signals. Documenta Geonica, Ústav geoniky AVČR, ISBN

80-86407-09-8, 48-58.

Častová, N., Horák, D. & Kaláb, Z. (2006): The Wavelet Based Analysis of Seismic Signals and Not Only of Them. APLIMAT 2006, proceedings of 5<sup>th</sup> Int. Conference, Bratislava, Slovak Republic, ISBN 80-967305-5-X, 395-403.

Častová, N., Horák, D. & Kaláb, Z. (2006): Description of Seismic Events using Wavelet Transform. International Journal of Wavelets, Multiresolution and Information Processing, Vol. 4, No. 3(2006), ©World Scientific Publishing Company, ISSN 0219-6913, 405-414.

Častová, N., Kaláb, Z. & Horák, D. (2006): Singulární rozklad wavelet paketů seizmických signálů. Transactions (Sborník vědeckých prací Vysoké školy báňské – Technické univerzity Ostrava), Řada stavební, roč. VI, č.2/2006, ISSN 1213-1962, ISBN 80-248-1187-1, 33-44.